OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ- 22 februarie 2015

Clasa a X – a

SUBIECTUL I (7 p)

a) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația: $(3+2\sqrt{2})^x \leq 6\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)^x - 1$.

b) Să se rezolve ecuația $\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}=\sqrt[10]{x+1023}$, x∈ℝ.

SUBIECTUL III (7 p)

Să se arate că:

a) $log_{a+1}a < log_{a+2}(a+1)$, pentru orice a> 0.

b) $log_5 4\cdot log_7 6\cdot \ldots \cdot log_{81}80 > \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL II (7 p)

Fie A, B, C puncte distincte în plan, de afixe a,b,c.
Să se arate că, dacă $|2\cdot a-b-c|=|b-c|$ atunci triunghiul este dreptunghic.

SUBIECTUL IV (7 p)

a) Fie $\varepsilon=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ $şi$ $z\in\mathbb{C}$. Demonstrați că $(z-1)^2+(z-\varepsilon)^2+(z-\bar{\varepsilon})^2=3z^2$.

b) Dacă ABC este un triunghi echilateral de centru O și M este un punct în planul (ABC), deduceți inegalitatea: $MA^2+MB^2+MC^2\geq 3\cdot MO^2$.

NOTĂ: Timp de lucru 3 ore